

УДК 621.73.06-52

Харсеев В. Е.

**МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ТЕОРИИ
РАЗРУШЕНИЯ ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ ДАВЛЕНИЕМ**

Деформируемость материалов без разрушения, повышенные требования к качеству продукции и ее эксплуатационной долговечности приобретают все большее значение при проектировании и разработке технологических процессов обработки материалов давлением (ОМД). В настоящее время разработано большое количество моделей разрушения, которые совместно с современной теорией пластичности предоставляют математический аппарат для формулировки и решения поставленных задач, однако, ввиду их связанности и сложности, результат может быть достигнут лишь с применением современной вычислительной техники, оснащенной соответствующим программным обеспечением, позволяющим производить математическое моделирование технологических процессов ОМД.

Первые сведения о попытках исследования разрушения относятся еще к эпохе возрождения: известно, что Галилей пришел к выводу о преимущественном влиянии наибольшего нормального напряжения на разрушение в процессах гибки. В дальнейшем этот вывод был дополнен и обобщен на все виды напряженного состояния (НС), в результате чего возникло первое направление теорий разрушения – механические теории прочности. В 1904 г Губерт стал основоположником второго направления – энергетических теорий, и уже в 1968 г. Ю. Н. Работнов заложил основы третьего направления – деформационных теорий. Современные подходы к анализу разрушения отражены в работах [1, 2, 3]. Так же разработками в данной области успешно занимались такие ученые как В. Л. Колмогоров [4], В. А. Огородников [5], Г. Д. Дел [6], А. А. Богатов [7], Ю. Г. Калпин [1] и др.

Одна из проблем современной теории разрушения в обработке материалов давлением состоит в недостатке литературы, обобщающей и структурирующей весь накопленный в данной области материал, в частности, материал о диаграммах пластичности и моделях разрушения. Авторы работы [1] сделали попытку провести систематизацию данных о моделях и критериях разрушения. Также, в литературе практически отсутствуют данные о применяемых в коммерческих компьютерных системах моделирования процессов ОМД (QForm, Deform, Forge и т. д.), основанных на методе конечных элементов (МКЭ), моделях разрушения и методике оценки разрушения при анализе пластического течения материала.

Целью данной работы является рассмотрение и структурирование по трем выше обозначенным группам существующих феноменологических моделей и теорий разрушения, выявление преимуществ и недостатков каждой группы теорий.

Механические теории прочности

Эти теории так же называют мгновенными критериями разрушения. В соответствии с ними разрушение наступает при достижении определенным параметром процесса критического значения. Принцип построения механических теорий прочности состоит в следующем: вводится гипотеза о преимущественном влиянии избранного расчетного показателя напряженно-деформированного состояния (НДС) на процесс разрушения; на её основе строится теоретический аппарат расчета; построенная теория проверяется на опытах.

Первая теория прочности была сформулирована Кулоном [2]. Он предположил, что разрушение наступает при достижении предельно допустимого значения одним из главных напряжений:

$$\begin{cases} \sigma_c < \sigma_1 < \sigma_p; \\ \sigma_c < \sigma_2 < \sigma_p; \\ \sigma_c < \sigma_3 < \sigma_p, \end{cases} \quad (1)$$

где σ_c – предельно допустимое напряжение на сжатие;

σ_p – предельно допустимое напряжение на растяжение;

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – соответственно максимальное, среднее и минимальное главные напряжения.

Основателем второй теории стал Сен-Венан [4]. В этой теории в качестве критерия прочности принята степень деформации, и за момент разрушения принимается достижение предельно допустимого значения одной из главных степеней деформации:

$$\begin{cases} \varepsilon_c < \varepsilon_1 < \varepsilon_p; \\ \varepsilon_c < \varepsilon_2 < \varepsilon_p; \\ \varepsilon_c < \varepsilon_3 < \varepsilon_p, \end{cases} \quad (2)$$

где ε_c – предельно допустимая степень деформации на сжатие;

ε_p – предельно допустимая степень деформации на растяжение;

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – соответственно максимальная, средняя и минимальная главные степени деформации.

В третьей теории прочности (теория Треска [2]) за критерий разрушения принимаются максимальные касательные напряжения:

$$\begin{cases} \tau_c < \tau_{12} < \tau_p; \\ \tau_c < \tau_{23} < \tau_p; \\ \tau_c < \tau_{13} < \tau_p, \end{cases} \quad (3)$$

где τ_c – предельно допустимое касательное напряжение, полученное из испытаний на одноосное сжатие;

τ_p – предельно допустимое касательное напряжение, полученное из испытаний на одноосное растяжение;

$\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{13}$ – максимальные касательные напряжения (индекс максимальных касательных напряжений показывает к каким главным осям плоскость их действия наклонена под углом 45°).

Приведенные выше теории прочности не отражают в полной мере НДС материала и применимы для очень узкого круга задач. Дальнейшее развитие механических теорий прочности пошло по пути усложнения критериев, включением в них различных комбинаций инвариантов НДС.

Критерий разрушения Мизеса [2]:

$$\bar{\sigma} < C_{cr}, \quad (4)$$

где $\bar{\sigma}$ – эквивалентное напряжение по Мизесу;

C_{cr} – предельно допустимая величина критерия.

Критерий разрушения Джао и Кун [3]:

$$\frac{\sigma_1}{\bar{\sigma}} < C_{cr}. \quad (5)$$

Критерий разрушения Гоша [3]:

$$\tau_{13} \sigma_m < C_{cr}, \quad (6)$$

где σ_m – гидростатическое давление.

Критерий разрушения Хэнкука и МакКензи [3]:

$$\frac{1}{\alpha_0} \exp\left(1,5 \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}}\right) < C_{cr}, \quad (7)$$

где α_0 – коэффициент, зависящий от свойств материала.

Теоретическая модель Мора [4]. Мор предложил геометрический метод оценки возможности разрушения, представляющий собой усовершенствованный вариант теории Треска.

Он предположил, что разрушение возникает по площадкам, проходящим через ось среднего главного напряжения, с наибольшим главным касательным напряжением, и что величина предельных касательных напряжений зависит от величины нормальных напряжений в данной площадке, существует предельная кривая $\alpha\beta$ (см. рис. 1), при пересечении которой кругом Мора максимального диаметра происходит разрушение.

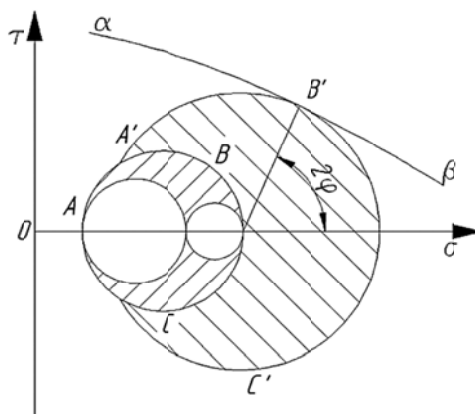


Рис. 1. Теория разрушения Мора

Механические теории прочности ввиду их простоты широко используются в существующих системах инженерного анализа, позволяющих моделировать процессы ОМД, но они имеют свою специфику: теории данного типа не обладают достаточной общностью и точностью и адекватно оценивают разрушение лишь в случае хрупкого разрушения, без развитых пластических деформаций.

Энергетические теории

Следующей ступенью развития теорий разрушения стало появление интегральных феноменологических критериев, основанных на различных вариантах отображения удельной работы пластического формоизменения (так называемые энергетические критерии). В отличие от механических теорий прочности энергетические теории учитывают историю нагружения.

Фройденталь одним из первых предположил, что разрушение необходимо оценивать по величине удельной работы формообразования [8]:

$$\int_{\bar{\varepsilon}} \bar{\sigma} \, d\bar{\varepsilon} < C_{cr}. \quad (8)$$

Кокрофт и Лэзам предложили альтернативный вариант, учитывающий важность влияния наибольшего растягивающего напряжения на процесс разрушения [8]:

$$\int_{\bar{\varepsilon}} \bar{\sigma}_1 \, d\bar{\varepsilon} < C_{cr}. \quad (9)$$

Нормализованный вариант теоретической модели Кокрофта и Лэзама [8]:

$$\int_{\bar{\varepsilon}} \frac{\bar{\sigma}_1}{\bar{\sigma}} \, d\bar{\varepsilon} < C_{cr}. \quad (10)$$

Степин предложил вариант, основанный на гидростатическом давлении [1]:

$$\int_{\bar{\varepsilon}} (\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3) \, d\bar{\varepsilon} < C_{cr}. \quad (11)$$

Нормализованный вариант критерия Л. Г. Степина (критерий Аяда) [8]:

$$\int \frac{\sigma_m}{\sigma} d\varepsilon < C_{cr}. \quad (12)$$

Критерий Брзо был получен путем эмпирического усложнения критерия Кокрофта и Лэзама [8]:

$$\int \frac{2\sigma_1}{3(\sigma_1 - \sigma_m)} d\varepsilon < C_{cr}. \quad (13)$$

Энергетические теории позволяют с достаточной адекватностью оценивать процессы монотонной пластической деформации твердых тел, протекающих в относительно постоянных термомеханических условиях. Область их применения – малые упруго-пластические деформации либо специфические задачи с развитыми пластическими деформациями. Теории данного типа так же получили широкое распространение в существующих системах инженерного анализа, позволяющих моделировать процессы ОМД.

Деформационные теории

Для оценки случаев разрушения с предшествующим значительным пластическим формоизменением учеными были разработаны деформационные теории. В них разрушение описывается как процесс накопления поврежденности в терминах механики сплошной среды. Критерием разрушения является степень деформации. Она не должна превышать некоторое критическое значение, характерное для данного материала и условий деформирования.

Первые деформационные теории были предложены С. И. Губкиным, Л. Д. Соколовым и Г. А. Смирновым-Аляевым [4], в соответствии с ними:

$$\psi = \frac{e_n}{\varepsilon_{пр}} < 1, \quad (14)$$

где ψ – величина, характеризующая использование запаса (ресурса) пластичности (поврежденность);

e_n – накопленная интенсивность деформаций;

$\varepsilon_{пр}$ – величина, характеризующая предельную степень деформации.

Отличие этих теорий заключается в определении $\varepsilon_{пр}$:

– по теории С. И. Губкина:

$$\varepsilon_{пр} = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^1}{n}, \quad (15)$$

где n – число привлеченных испытаний;

δ_i^1 – единичная предельная степень деформации i -го привлеченного испытания при заданном НС и температурно-скоростных параметрах;

– по теории Л. Д. Соколова:

$$\varepsilon_{пр} = f\left(\frac{p}{\sigma_s}\right), \quad (16)$$

где p – среднее удельное давление на поверхности контакта инструмента с заготовкой;

σ_s – сопротивление деформации;

– по теории Г. А. Смирнова-Аляева:

$$\varepsilon_{пр} = e_{пр}, \quad (17)$$

где $e_{пр}$ – накопленная интенсивность деформаций к моменту разрушения, зависящая от вида НС в момент и месте разрушения.

В приведенных выше теориях ученые впервые предположили, что предельная деформация материала зависит от НС материала и температурно-скоростных параметров процесса, но сейчас они не используются, так как не обладают достаточной точностью: теория

С. И. Губкина использует усредненный показатель пластичности; в теории Л. Д. Соколова разрушение ставится, безотносительно от места, где оно происходит, в зависимости от показателя НС на контактной поверхности; теория Г. А. Смирнова-Аляева не учитывает, что зачастую технологическому процессу соответствует переменное в процессе деформирования НС.

Дальнейшее развитие деформационные теории получили в работах В. Л. Колмогорова [4]:

$$\psi = \int_0^{e_n} \frac{EB}{e_{np}} de_n < 1, \quad (18)$$

где E – коэффициент, учитывающий самозалечивание дефектов при высоких температурах;

B – величина, учитывающая скорость развития трещин и их залечивание.

Теория В. Л. Колмогорова исходит из линейной теории накопления повреждений и не учитывает влияние истории деформирования на скорость накопления повреждений при пластической деформации.

При решении этой проблемы были разработаны теории В. А. Огородникова [9] и А. А. Богатова [7] соответственно:

$$\psi = \int_0^{e_n} n \frac{e_n^{n-1}}{e_{np}^n} de_n < 1, \quad (19)$$

где n – некоторая функция, зависящий от «направления деформирования»;

$$\psi = \int_0^{\Lambda} a \frac{\Lambda^{a-1}}{\Lambda_{np}^a} d\Lambda < 1, \quad (20)$$

где a – функция НС, получаемая из аппроксимации опытных данных;

Λ – степень деформации сдвига;

Λ_{np} – накопленная степень деформации сдвига к моменту разрушения при постоянно-показательном деформировании.

Принципиальная ошибка этих теорий заключается в том, что они содержат в явном виде накопленную степень деформации, в связи с чем не могут быть распространены на случай немоного деформирования.

Этого недостатка лишены две следующие теории. Теория Ю. Г. Калпина [1]:

$$\psi = \int_0^{e_n} n \frac{\psi^{\frac{n-1}{n}}}{e_{np}^n} de_n < 1. \quad (21)$$

Теория В. Л. Колмогорова, Б. А. Мигачева и В. Г. Бурдковского [1]:

$$\begin{cases} \psi < 1, \\ \frac{d\psi}{dt} = \frac{CH}{(1-\psi)^\beta \Lambda_{np}}; \\ C = \frac{1}{1+\beta}, \end{cases} \quad (22)$$

где H – интенсивность скоростей деформации сдвига;

β – коэффициент.

Два описанных выше критерия не имеют принципиальной разницы. Их отличие заключается лишь в том, что при выводе критерия (21) принята степенная зависимость степени использования запаса пластичности от накопленной деформации, а критерия (22) – гиперболическая.

Неработоспособность описанных выше критериев для оценки пластичности при двухэтапном деформировании, когда скачком изменяется не только показатель НС, но и траектория деформации, а также расхождение результатов при одноэтапном деформировании и постоянном показателе НС, когда траектории разные, привела к дальнейшему развитию деформационных теорий разрушения, основанных на представлении о пластичности как тензорной величине.

Впервые тензорный вариант критерия разрушения был предложен И. А. Кийко [10]:

$$\psi_j = \int \frac{\dot{\varepsilon}_j}{e_{прj}} dt < 1, \quad (23)$$

где $\dot{\varepsilon}_j$ – j -й компонент вектора скорости деформации;

$e_{прj}$ – j -я функция предельной пластичности;

t – время деформирования.

Несколько иной вид имеет тензорная модель разрушения Г. Д. Деля [6]:

$$\psi_{ij} = \int^{e_{и}} F \beta_{ij} de_{и} < 1, \quad (24)$$

где β_{ij} – компоненты направляющего тензора приращений деформаций:

$$\beta_{ij} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{d\varepsilon_{ij}}{de_{и}}, \quad (25)$$

F – функция, являющаяся характеристикой материала:

$$F = \frac{d\varphi}{de_{и}}, \quad (26)$$

где φ – функция повреждаемости:

$$\varphi = \frac{(1-c)e_{и}}{e_{пр}} + c \left(\frac{e_{и}}{e_{пр}} \right)^2, \quad (27)$$

где c – коэффициент.

Теория Г. Д. Деля получила в литературе название тензорно-линейного. Вариант тензорно-нелинейной модели накопления поврежденности предложили А. А. Мишулин и В. М. Михалевич [9]:

$$\psi_{ij} = \int^{e_{и}} \left(A \beta_{ij} + B \left(\beta_{ik} \beta_{kj} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right) \right) de_{и} < 1, \quad (28)$$

где δ_{ij} – символ Кронекера;

A и B – функции, которые зависят от условий нагружения и механических свойств материала:

$$A = \frac{d((a_1 - b_1)\varphi)}{de_{и}}, \quad B = \frac{d(b_1\varphi)}{de_{и}}, \quad (29)$$

где a_1 и b_1 – коэффициенты.

Из существующих макроскопических феноменологических теорий разрушения обработки материалов давлением современные деформационные теории наиболее адекватно прогнозируют разрушение в общем случае. Но с точки зрения их практического применения они сталкиваются со значительными трудностями, так как для их применения необходима большая экспериментальная база для определения необходимых параметров материала, требуется определение большого количества сопутствующих параметров процесса и применение сложного математического аппарата. В наиболее распространенных коммерческих МКЭ программных комплексах инженерного анализа процессов ОМД применяются крайне редко и лишь наиболее простые варианты.

ВЫВОДЫ

Таким образом, в результате проделанной работы получили структурированный по трем группам (механические теории прочности, энергетические и деформационные теории) список существующих макроскопических феноменологических моделей и теорий разрушения.

Так же были рассмотрены преимущества, недостатки и применимость каждой группы критериев в наиболее распространенных коммерческих МКЭ системах инженерного анализа процессов ОМД, в соответствии с чем наиболее простыми и используемыми являются теории первых двух групп. Но их общим недостатком является адекватное отражение результатов лишь в узком круге задач, из чего можно прогнозировать, что дальнейшее развитие анализа процесса разрушения в этих системах пойдет по пути перехода на деформационные теории разрушения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках государственного контракта № 14.740.11.1361 «Разработка, исследование и практическое применение критерия разрушения и математической модели сопротивления магнелиевых сплавов пластической деформации».

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сопротивление деформации и пластичность при обработке металлов давлением* / Ю. Г. Калпин, В. И. Перфилов, П. А. Петров, В. А. Рябов, Ю. К. Филиппов. – М. : Машиностроение, 2011. – 244 с.
2. Oscar Bjorklund. *Modelling of failure. Institute of technology. Master Thesis carried out at Division of Solid Mechanics // Dept. of Management and Engineering, Linkoping, Sweden. – 2008. – 47 p.*
3. Liang Xue. *Ductile Fracture Modeling – Theory, Experimental Investigation and Numerical Verification* / Xue. Liang // *Massachusetts Institute of Technology. – 2007. – 228 p.*
4. Колмогоров В. Л. *Напряжения, деформации, разрушение* / В. Л. Колмогоров. – М. : Металлургия, 1970. – 229 с.
5. Огородников В. А. *Оценка деформируемости металлов при обработке давлением* / В. А. Огородников. – Киев : Вища школа, 1983. – 174 с.
6. Дель Г. Д. *Пластичность деформированного металла* / Г. Д. Дель // *Физика и техника высоких давлений. – 1982. – № 11. – С. 28–32.*
7. Богатов А. А. *Механические свойства и модели разрушения металлов : учебное пособие для вузов* / А. А. Богатов. – Екатеринбург : ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2002. – 329 с.
8. Ozgur Kocak. *Analysis of the formability of metals. A thesis submitted to the graduate school of natural and applied sciences of the middle east technical university* / Ozgur Kocak. – 2003. – 153 p.
9. Михалевич В. М. *Тензорні моделі накопичення пошкоджень* / В. М. Михалевич. – Вінниця : «УНІВЕРСУМ – Вінниця», 1998. – 195 с.
10. Кийко И. А. *Вязко-пластическое течение материалов. Физико-математические основы технологии обработки давлением* / И. А. Кийко. – М. : Издательство Центра прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, 2001. – 136 с.

Харсеев В. Е. – аспирант Университета машиностроения.

Университет машиностроения – Московский государственный машиностроительный университет (МАМИ), г. Москва, Россия.

E-mail: harseevve@mail.ru

Статья поступила в редакцию 10.04.2013 г.